

© С. Р. КИЛЬДИБАЕВА<sup>1</sup>, И. К. ГИМАЛТДИНОВ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Стерлитамакский филиал

Башкирского государственного университета

<sup>2</sup>Уфимский государственный нефтяной технический университет  
*iljas\_g@mail.ru, freya.13@mail.ru*

УДК 532.546:536.421

## **ДИНАМИКА МНОГОФАЗНОЙ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ С УЧЕТОМ ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТОВ**

### **DYNAMICS OF MULTIPHASE SUBMERGED JET IN VIEW OF HYDRATE FORMATION**

*В работе исследуется струйное течение смеси нефти и газа в воде на основе интегральной лагранжевой модели контрольного объема с учетом двух предельных схем гидратообразования. В первом случае гидратообразование лимитируется скоростью отвода тепла с поверхности пузырька, во втором — диффузионным переносом газа через гидратную корку, образованную на поверхности пузырька. Согласно принятой модели, струя рассматривается в качестве элементарных контрольных объемов, каждый из которых характеризуется высотой, радиусом, пространственными координатами и ориентацией по отношению к осям декартовой системы координат. На каждом шаге по времени вычисляются: радиус, высота, температура, скорость КО, а также объемные содержания компонент, входящих в контрольный объем. Основные уравнения записаны с учетом турбулентного вовлечения окружающей воды в струю. В работе исследованы кинематические и теплофизические характеристики струи. Показано, что для случая гидратообразования, лимитируемого теплообменом пузырька с окружающей жидкостью, скорость падения температуры струи замедляется, что вызвано теплом, выделяющимся в процессе образования гидрата.*

*The paper studies the jet flow of oil and gas mixture in water through the integrated Lagrangian representation of control volume with two limiting schemes of hydrate formation taken into account. In the former case, hydrate formation is limited by heat removal rate from the bubble surface; in the latter case, it is limited by diffusive gas transport through hydrated shell formed at the bubble surface. According to the model, we consider the jet as basic control volumes, each of which is characterized by height, radius, space coordinates and orientation relative to axes of the Cartesian coordinate system. Radius, height, temperature, control volume velocity, as well as volume content of components included into control volume are temporally calculated at each step. The basic equations are written based on the turbulent involving of ambient water in the jet.*

*The paper examines kinematic and thermal and physical characteristics of the jet. It is shown that in the case of hydrate formation limited by bubble heat exchange with ambient liquid, the rate of fall in jet temperature becomes slower, which is caused by heat generated during hydrate formation.*

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА.** Затопленная струя, гидрат, образование гидрата, разлив углеводородов.

**KEY WORDS.** Submerged jet, hydrate, hydrate formation, hydrocarbon spill.

### Введение

В связи с интенсивной разработкой месторождений нефти и газа в шельфовой зоне повышается вероятность аварий, сопровождающихся выбросами нефти и газа из поврежденных скважин в океан. Поэтому исследование струйных течений многофазных смесей в океане является актуальной задачей. Кроме того, на больших глубинах газовая фракция многофазной струи может образовывать гидраты. В данной работе на основе метода, предложенного в работе [9], изучается многофазная струя на дне океана с учетом образования гидратов. Рассмотрены две предельные схемы гидратообразования. Согласно первой схеме предполагается, что гидратообразование лимитируется процессом теплообмена с окружающей средой, согласно второй, — что оно лимитируется диффузией газа через гидратную корку, образовавшуюся на поверхности пузырька. Исследование затопленной струи является первым этапом моделирования накопления углеводородов в куполе [1, 2, 3].

### Постановка задачи

Рассмотрим струю (рис. 1 а), которая образована истекающей смесью нефти и газа с известной начальной температурой  $T$  и объемными расходами  $Q_o^e$  и  $Q_g^e$  из скважины радиуса  $R$ . Для описания струи примем интегральный лагранжевый метод контрольного объема (ИЛМКО) [8, 9]. Согласно этому методу кинематические и теплофизические характеристики струи определяются характеристиками последовательных элементов — контрольных объемов (рис. 1 б) [9]. Контрольный объем (КО), имеющий вид цилиндра, характеризуется высотой  $h$ , радиусом  $b$ , пространственными координатами  $(x, y, z)$ , а также ориентацией по отношению к осям декартовой системы координат. В начальный момент времени высота  $h$  и радиус  $b$  КО равны радиусу скважины, откуда поступает смесь; начальная масса равна сумме масс нефти и газа согласно их объемным расходам; начальная температура равна температуре нефти и газа на устье скважины.

Задача состоит в том, чтобы определить характеристики КО с течением времени. Зная характеристики КО можно определить параметры струи, т. е. предполагается, что осевая линия струи является геометрическим местом середины КО, определяемого координатами  $(x, y, z)$ . Масса контрольного объема  $M = 2\pi b h \rho$ , где  $b$  и  $h$  — радиус и высота КО,  $\rho$  — плотность КО.

Если известен радиус КО для соответствующих координат  $x, y, z$  и углы  $\varphi$  и  $\theta$ , то можно построить траекторию струи, а зная теплофизические параметры КО, можно определить теплофизические характеристики струи в целом.

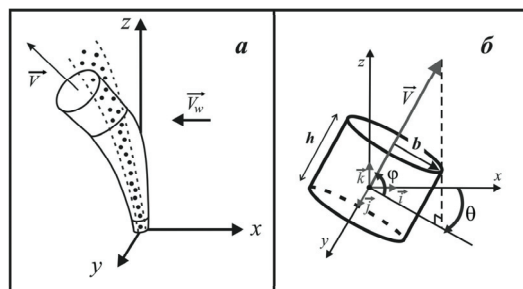


Рис. 1. Схема затопленной струи (а), ориентация КО в трехмерной системе координат (б),  $\varphi$  — угол между вектором скорости  $\vec{V}$  КО и плоскостью  $xOy$ ,  $\theta$  — угол между проекцией вектора скорости  $\vec{V}$  на плоскость  $xOy$  и осью  $Ox$

Будем полагать, что газ (метан) из скважины поступает в виде пузырьков, которые занимают центральное ядро КО, а термобарические условия, при которых распространяется струя, таковы, что может образовываться газогидрат. При распространении струи из-за течения окружающей воды траектория струи может искривляться и газовое ядро может отделяться от струи [10], но в данной работе рассмотрим случай, когда окружающее течение отсутствует.

### Основные уравнения

Уравнения сохранения масс для компонент (вода, газ, нефть и гидрат) в КО запишутся в виде:

$$\frac{dM_w}{dt} = \rho_w Q_w - J_w, \quad \frac{dM_g}{dt} = -J_g, \quad \frac{dM_o}{dt} = 0, \quad \frac{dM_h}{dt} = J_h, \quad (1)$$

где  $M_i$ ,  $\rho_i$  ( $i = w, g, o, h$ ) — массы и плотности компонент в КО;  $Q_w$  — поток, вовлеченной в струю воды;  $J_w$ ,  $J_g$  — интенсивности расхода воды и газа при образовании гидрата;  $J_h$  — интенсивность образования газогидрата. Здесь и далее нижние индексы  $w, g, o, h$  относятся к параметрам воды, газа, нефти и гидрата соответственно.

Интенсивности расходов связаны следующими соотношениями:

$$J_g = G \cdot J_h, \quad J_w = (1 - G)J_h, \quad J_h = N4\pi a_{gh}^2 j_h, \quad (2)$$

где  $G$  — гидратное число,  $N$  — количество пузырьков в контрольном объеме,  $a_{gh}$  — радиус композитных пузырьков, состоящих из газового ядра и гидратной оболочки,  $j_h$  — интенсивность образования гидрата, отнесенная к площади поверхности пузырька.

Количество пузырьков  $N$ , находящихся в КО в начальный момент времени, определяется следующим образом:

$$N = \frac{J_N h}{w + w_b}, \quad J_N = \frac{Q_g^e}{\frac{4}{3}\pi a_g^3}$$

где  $w$  — вертикальная составляющая скорости КО,  $w_b$  — скорость относительного движения пузырьков,  $a_g$  — радиус газовых пузырьков,  $J_N$  — интенсивность пузырьков газа, поступающих в КО.

Просуммировав уравнения (1), с учетом (2) получим:

$$\frac{dM}{dt} = \rho_w Q_w, \quad M = 2\pi b h \rho, \quad \rho = \sum_i \alpha_i \rho_i, \quad \sum_i \alpha_i = 1, \quad (3)$$

где  $M$  — масса КО,  $\alpha_i$  ( $i=o, g, h, w$ ) — объемное содержание соответствующей компоненты в КО.

Координаты контрольного объема в пространстве определяются следующими выражениями:

$$\frac{dx}{dt} = u, \quad \frac{dy}{dt} = v, \quad \frac{dz}{dt} = w. \quad (4)$$

Уравнения сохранения импульсов для КО имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(Mu) &= 0, \\ \frac{d}{dt}(Mv) &= 0, \\ \frac{d}{dt} \left[ (M_w + M_o)w + (M_g + M_h) \cdot (w + w_b) \right] &= \\ &= (\rho_w - \rho_l)\pi b^2 h (\alpha_w + \alpha_o)g + (\rho_w - \rho_{com})\pi b^2 h (\alpha_g + \alpha_h)g, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $u, v, w$  компоненты скорости КО  $\vec{V} = u\vec{i} + v\vec{j} + w\vec{k}$  (рис. 1 б),  $g$  — модуль ускорения силы тяжести,  $\rho_l = \alpha_w \rho_w + \alpha_o \rho_o$  — плотность жидкой составляющей в КО,  $\rho_{com} = (a_g^3 \rho_g^0 + (a_{gh}^3 - a_g^3) \rho_h^0) / a_{gh}^3$  — плотность композитного пузырька с гидратной оболочкой,  $M_i$  ( $i=o, g, h, w$ ) — масса компонент КО.

Запишем уравнение сохранения энергии КО, полагая, что тепловой поток из границ КО мал по сравнению с потоком тепла, который втекает с вовлеченной жидкостью в КО:

$$\frac{d}{dt}(cMT) = c_w T_w \rho_w Q_w + J_h L - J_w c_w T_{hs}, \quad (6)$$

где  $c = \chi_w c_w + \chi_g c_g + \chi_o c_o + \chi_h c_h$  и  $T$  — теплоемкость и температура КО,  $c_i, \chi_i = M_i / M_i$  ( $i = w, g, o, h$ ) — теплоемкость и массовые содержания компонент в контрольном объеме,  $L$  — теплота фазовых переходов.

Объемный расход вовлеченной окружающей жидкости в КО определится на основании выражения, приведенного в [9]:

$$Q_w = 2\pi b h \alpha \left| \vec{V} \right|, \quad \alpha = \sqrt{2} \left( 0.057 + \frac{0.554 \sin \varphi}{E^2 Fr^2} \right), \quad (7)$$

где  $\alpha$  — коэффициент вовлечения,  $Fr$  — число Фруда,  $E = 2$  — эмпирический параметр.

$$Fr = \left| \vec{V} \right| \left( g \frac{\Delta \rho}{\rho_a} b \right)^{-1/2}.$$

### Миграция пузырька и кинетика гидратообразования

Скорость пузырька, который может быть газовым, композитным, состоящим из газового ядра и гидратной оболочки или полностью гидратным, вычислим по следующему выражению:

$$\vec{V}_g = a\vec{V} + w_b\vec{k}, \quad (8)$$

где  $a = 1$ , когда пузырек находится в КО;  $a = 0$ , когда пузырек покинул КО.

Схема газогидратной частицы приведена на рис. 2.

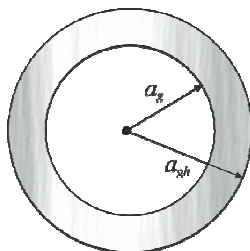


Рис. 2. Газогидратная частица,  $a_g$  — радиус газовой составляющей,  $a_{gh}$  — радиус всей газогидратной частицы

Скорость миграции найдем из уравнения импульсов для газогидратного пузырька [6]:

$$\frac{d(w_b(m_{gh} + \mu_{gh}))}{dt} = f_A + f_T + f_C,$$

где  $m_{gh} = m_g + m_h = \frac{4}{3}\pi a_g^3 \rho_g + \frac{4}{3}\pi(a_{gh}^3 - a_g^3)\rho_h$  — масса гидратного пузырька,  $\mu_{gh} = \frac{2}{3}\pi a_{gh}^3 \rho_w$  — присоединенная масса,  $f_A = \frac{4}{3}\pi a_{gh}^3 \rho_w g$  — сила Архимеда,  $f_T = \frac{4}{3}\pi((a_{gh}^3 - a_g^3)\rho_h + a_g^3 \rho_g)g$  — сила тяжести,  $f_C = \xi_b \pi a_{gh}^2 \frac{\rho_w w_b^2}{2}$  — сила сопротивления.

Для описания интенсивности гидратообразования примем две предельные схемы [6, 7]. Согласно первой схеме будем полагать, что газогидратная корка является достаточно рыхлой, и эффект диффузионного сопротивления на процессы переноса не влияет. Следовательно, интенсивность образования гидрата определяется скоростью, окружающей частицу воды, которая отводит тепло, выделяющееся за счет гидратообразования.

Пренебрегая затратами тепла на изменение температуры всей гидратной частицы, можем записать следующее условие баланса тепла:

$$q_{ls} = j_h \cdot l, \quad (12)$$

где  $q_{ls}$  — интенсивности отвода тепла от газогидратной частицы, отнесенная к единице площади внешней поверхности. С другой стороны, интенсивность теплообмена между газогидратной частицей и водой зададим в виде [5]:

$$q_{ls} = \beta_h (T_{hs} - T), \quad (13)$$

где  $T$  — температура струи,  $T_{hs}$  — температура на поверхности гидратного пузырька, которая соответствует равновесной температуре гидратообразования и определяется выражением [4]:

$$T_{hs}(p) = T_{h0} + T_* \ln \frac{p}{p_{h0}},$$

где  $T_{h0}$ ,  $T_*$ ,  $p_{h0}$  — некоторые постоянные, характеризующие данный вид гидрата.

$$\beta_h = \frac{\lambda_w \text{Nu}_h}{2a_{gh}}, \quad \text{Nu}_h = 2 + 0.46 \text{Re}_h^{0.55} \text{Pr}_h^{0.3},$$

где  $\lambda_w$  — коэффициент теплопроводности для воды,  $\text{Nu}_h$  и  $\text{Pr}_h = \mu_w c_w / \lambda_w$ ,  $\text{Re}_h = 2R p_w / \mu$  — приведенные числа Нуссельта, Прандтля и Рейнольдса,  $\mu_w$  — динамическая вязкость воды.

Из выражений (12) и (13) можно найти  $j_h$ .

Согласно второй схеме [7, 8], будем полагать, что интенсивность гидратообразования лимитируется диффузией метана через гидратную корку. Рассмотрим диффузию метана к внешней поверхности газогидратной частицы и положим, что на этой границе газ мгновенно переходит в состав гидратной корки. В соответствии с [6, 7] интенсивность образования гидрата будет иметь вид:

$$j_h = \frac{-D_g^* \rho_g}{G \left( \frac{1}{a_g} - \frac{1}{a_{gh}} \right) a_{gh}^2}, \quad (14)$$

где  $D_g^* = \rho_{g(s)} D_g / \rho_g$  — приведенный коэффициент диффузии газа.

В [6] получено значение приведенного коэффициента диффузии  $D_g^*$  путем сравнения с экспериментальными данными. При дальнейших расчетах будем использовать это значение.

### Начальные условия

Полагаем, что в начальный момент времени радиус и высота КО соответствуют радиусу сопла  $R$ , из которого вытекают газ и нефть, т. е.  $b = h = R$ . В начальный момент времени плотность в КО определяется:

$$\rho_k = \alpha_o^0 \rho_o + \alpha_g^0 \rho_g,$$

где  $\alpha_i^0$ ,  $\rho_i$  ( $i = o, g$ ) — объемные содержания и плотности газа и нефти, поступающих из скважины.

Объемные содержания нефти, газа, гидрата и воды в КО в начальный момент времени:

$$\alpha_o^0 = V_{ko}^0 / V_k, \quad \alpha_g^0 = V_{kg}^0 / V_k, \quad \alpha_h^0 = 0, \quad \alpha_w^0 = 0,$$

где  $V_{ko}^0$ ,  $V_{kg}^0$  — объемы нефти и газа в КО в начальный момент времени, определенные по начальным объемным расходам нефти и газа.

Начальные значения массы газа и нефти, поступающих из скважины, определяются следующим образом:

$$m_o^0 = V_{ko}^0 \rho_o, \quad m_g^0 = V_{kg}^0 \rho_g.$$

Для определения кинематических и теплофизических характеристик КО преобразуем уравнения к удобному для численных расчетов виду и решим численно, методом Эйлера.

### Результаты расчетов

Расчеты проведены для следующих параметров системы:  $R = 0.2$  м, объемный расход поступающей нефти  $Q_o^e = 0.5$  м<sup>3</sup>/с и газа  $Q_g^e = 0.2$  м<sup>3</sup>/с, температура окружающей воды  $T_w = 4^\circ\text{C}$ , температура истечения смеси нефти и газа  $T^e = 80^\circ\text{C}$ , давление  $P = 15$  МПа, плотность окружающей воды  $\rho_w = 1030$  кг/м<sup>3</sup>, нефти  $\rho_o = 650$  кг/м<sup>3</sup>, газа (метана)  $\rho_g = 0.7$  кг/м<sup>3</sup>, газогидрата (метана)  $\rho_h = 910$  кг/м<sup>3</sup>,  $\varphi = 90^\circ$ ,  $\theta = 0^\circ$ , теплоемкость нефти  $c_o = 2090$  Дж/(кг К), газа  $c_g = 2365$  Дж/(кг К), гидрата  $c_h = 2100$  Дж/(кг К), воды  $c_w = 4200$  Дж/(кг К), коэффициент теплопроводности воды  $\lambda_w = 0.58$  Вт/(м К), динамическая вязкость воды  $\mu_w = 1.57 \cdot 10^{-3}$  Па·с, удельная теплота гидратообразования  $L = 5 \cdot 10^5$  Дж/кг, гидратное число  $G = 0.12$ , приведенный коэффициент диффузии  $D_g^* = 10^{-10}$  м<sup>2</sup>/с,  $g = 9.8$  м/с<sup>2</sup>,  $T_* = 10$  К,  $T_{h0} = 273$  К,  $p_{h0} = 2.57$  МПа.

На рис. 3 приведены зависимости линейных размеров КО: радиуса  $b$  (фрагмент а) и высоты  $h$  (фрагмент б) от вертикальной координаты  $z$ . Видно, что с увеличением вертикальной координаты радиус КО возрастает, что связано с вовлечением окружающей воды в КО, в то время как высота каждого последующего КО убывает, что связано с уменьшением скорости КО. Видно, что с течением времени струя расширяется, это связано с вовлечением окружающей воды в струю.

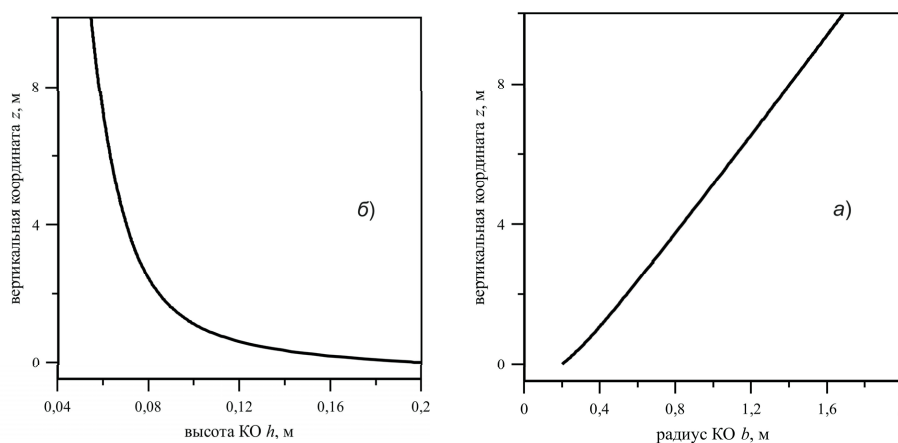


Рис. 3. Зависимость радиуса (а) и высоты (б) КО от вертикальной координаты

На рис. 4 представлена зависимость температуры КО от вертикальной координаты. Линия 1 соответствует случаю, когда образование гидратной оболочки на поверхности пузырьков лимитируется теплообменом с окружающей средой, линия 2 — диффузионным переносом газа через гидратную корку.



Также на графике обозначена вертикальная линия, соответствующая равновесной температуре гидратообразования при давлении 15 МПа. Температура КО понижается за счет вовлечения окружающей воды с температурой  $T = 4^\circ\text{C}$ . На высоте 2.34 м температура КО достигает значения равновесной температуры гидратообразования, и на поверхности пузырьков начинается образование гидрат. В случае, когда в струе образование гидратных оболочек на поверхности пузырьков лимитируется процессом теплообмена с окружающей средой, темп уменьшения температуры струи замедляется, что связано с интенсивным выделением тепла при образовании гидрата.

На рис. 5 приведена зависимость объемных содержаний нефти, газа, гидрата и воды от вертикальной координаты  $z$  для случая, когда процесс гидратообразования на поверхности пузырьков газа лимитируется теплообменом с окружающей средой. Из рисунка видно, что объемные содержания газа и нефти уменьшаются, а воды, в связи с вовлечением ее окружающей, — увеличивается. Объемное содержание гидрата увеличивается при  $z > 2.34$  м в связи с началом процесса гидратообразования. Из рисунка видно, что объемное содержание гидрата превышает объемное содержание газа, что связано с интенсивным переходом газа в состав гидрата.

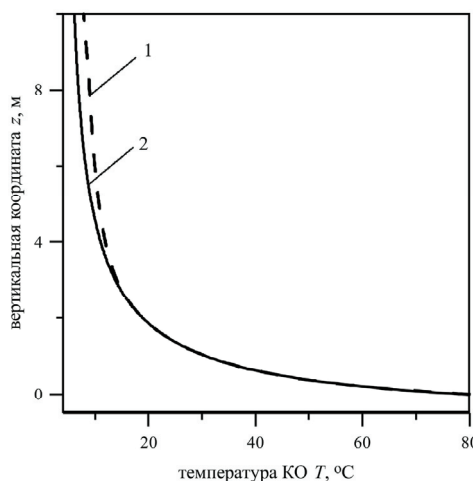


Рис. 4. зависимость температуры КО от вертикальной координаты

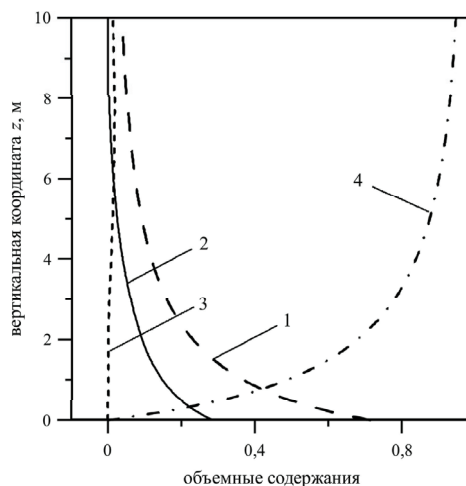


Рис. 5. Зависимость объемных содержаний от вертикальной координаты в случае, когда гидратообразование лимитируется теплоотводом. Цифрами на рисунке обозначены: 1 — нефть, 2 — газ, 3 — гидрат, 4 — вода

### Выводы

В работе на основе интегральной лагранжевой модели контрольного объема с учетом образования гидрата на пузырьках исследована многофазная затопленная струя. Получены зависимости высоты, радиуса и температуры КО от вертикальной координаты  $z$ , а также объемные содержания нефти, газа, гидрата и воды в КО. Установлено, что температура струи убывает медленнее в случае, когда гидратообразование лимитируется теплообменом с окружающей



средой. В случае, когда гидратообразование лимитируется диффузионным переносом газа через гидратную корку, гидратообразование на характеристики струи практически не влияет.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гималтдинов И. К. К теории начального этапа накопления нефти в куполе-сепараторе / И. К. Гималтдинов, С. Р. Кильдибаева // Теплофизика и Аэромеханика. 2015. Т. 22. №3. С. 401-406.
2. Гималтдинов И. К. Математическая модель купола, предназначенного для устранения утечек углеводородов / И. К. Гималтдинов, С. Р. Кильдибаева // Нефтегазовое дело. 2014. № 4. С. 104-112.
3. Кильдибаева С. Р. Моделирование купола-сепаратора при разливе нефти в шельфе / С. Р. Кильдибаева // Фундаментальные исследования. 2013. № 10 (часть 5). 2013. С. 1045-1050.
4. Макогон Ю. Ф. Гидраты природных газов / Ю. Ф. Макогон. М.: Недра, 1974. 285 с.
5. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1 / Р. И. Нигматулин. М.: Наука, 1987. 464 с.
6. Тазетдинов Б. И. Особенности образования и разложения газогидратов в водных и газовых средах: автореф. дис. канд. физ.-мат. наук / Б. И. Тазетдинов. Уфа, 2014. 110 с.
7. Шагапов В. Ш. О миграции пузырьков в условиях образования гидрата / В. Ш. Шагапов, А. С. Чиглинцева, А. А. Русинов // ПМТФ. 2015. № 2. С. 43-52.
8. Fanghui Chen, Poojitha D. Yapa Modeling gas separation from a bent deepwater oil and gas jet/plume / Fanghui Chen, Poojitha D. Yapa // Marine systems. 2004. No 45. Pp. 189-203.
9. Poojitha D. Yapa, Zheng Li. Simulation of oil spills from underwater accidents I: Model development / Poojitha D. Yapa, Zheng Li // Hydraulic Research. 1997. No 35:5. Pp. 673-688.
10. Socolofsky S. A., Adams E. E. Multi-phase plumes in uniform and stratified crossflow / S. A. Socolofsky, E. E. Adams // Hydraulic Research. 2002. No 40(6). Pp. 661-672.

#### REFERENCES

1. Gimaltdinov I. K., Kildibaeva S. R. K teorii nachal'nogo jetapa nakoplenija nefti v kupole-separatore [About the Theory of Initial Stage of Oil Accumulation in a Dome-separator] // Teplofizika i Aeromehanika [Thermophysics and Aeromechanics]. 2015. Vol. 22. No 3. Pp. 401-406. (In Russian)
2. Gimaltdinov I. K., Kildibaeva S. R. Matematicheskaja model' kupola, prednaznachennogo dlja ustraneniya utechek uglevodorodov [Mathematical Model of the Dome, when Designed to Eliminate Hydrocarbon Leaks] // Neftgazovoe delo [Oil and Gas Business]. 2014. No 4. Pp. 104-112. (In Russian)
3. Kildibaeva S. R. Modelirovanie kupola-separatora pri razlive nefti v shel'fe [Modeling Dome-separators for Oil Spills on the Shelf] // Fundamental'nye issledovanija [Fundamental research]. 2013. No 10 (part 5). 2013. Pp. 1045-1050. (In Russian)
4. Makogon Ju. F. Gidraty prirodnyh gazov [Hydrates of Natural Gases]. M.: Nedra, 1974. 285 p. (In Russian)

5. Nigmatulin R. I. Dinamika mnogofaznyh sred. Ch. 1. [Dynamics of Multiphase Media. Part 1]. M.: Nauka [Science], 1987. 464 p. (In Russian)
6. Tazetdinov B. I. Osobennosti obrazovaniya i razlozheniya gazogidratov v vodnyh i gazovyh sredah: avtoref. diss. kand [Peculiarities of Formation and Decomposition of Gas Hydrates in Aqueous and Gaseous Media: Abstract of Diss. Cand. Sci. (Phys. and Math.)]. Ufa. 2014. 110 p. (In Russian)
7. Shagapov V. Sh., Chiglinceva A. S., Rusinov A. A. O migracii puzyr'kov v usloviyah obrazovaniya gidrata [Bubble Migration during Hydrate Formation] // Prikladnaya Mekhanika i Tekhnicheskaya Fizika [Applied Mechanics and Technical Physics]. 2015. No 2. Pp. 43-52. (In Russian)
8. Fanghui Chen, Poojitha D. Yapa. Modeling gas separation from a bent deepwater oil and gas jet/plume // Marine systems. 2004. No 45. Pp. 189-203.
9. Poojitha D. Yapa & Zheng Li. Simulation of oil spills from underwater accidents I: Model development // Hydraulic Research. 1997. No 35:5. Pp. 673-688.
10. Socolofsky S. A., Adams E. E. Multi-phase plumes in uniform and stratified crossflow // Hydraulic Research. 2002. No 40(6) Pp. 661-672.

#### **Авторы публикации**

**Кильдибаева Светлана Рустамовна** — старший преподаватель кафедры прикладной информатики и программирования Стерлитамакского филиала Башкирского государственного университета

**Гималтдинов Ильяс Кадинович** — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Уфимского государственного нефтяного технического университета

#### **Authors of the publication**

**Svetlana R. Kildibaeva** — Senior Lecturer at the Department of Applied Information Science and Programming, Sterlitamak Branch of Bashkir State University

**Ilyas K. Gimaltdinov** — Dr. Sci. (Phys. and Math.), Professor at the Department of Physics, Ufa State Petroleum Technological University